

Distancias entre espacios métricos

Investigadora: Raquel Perales at IMATE UNAM, Oaxaca.

Email: raquel.perales@im.unam.mx

Área del mini-curso: espacios métricos, geometría diferencial, análisis

Recomendable: haber cursado topología I, tener elementos básicos de teoría de la medida y geometría diferencial o riemanniana

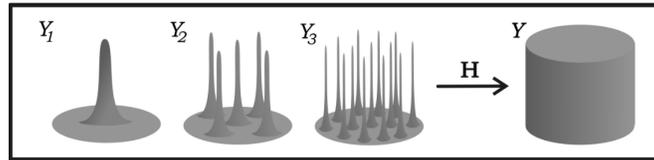
Resumen del mini-curso:

Primero vamos a estudiar diferentes nociones de distancia entre subconjuntos (con o sin una medida) de un espacio métrico fijo, y si el tiempo lo permite también estudiaremos diferentes distancias entre espacios métricos (con o sin una medida). Vamos a mostrar que todas estas nociones son diferentes y qué propiedades se preservan al tomar límites.

Específicamente, en un espacio fijo, dados dos subconjuntos de este espacio vamos a calcular su distancia:

- de Hausdorff
- de Wasserstein
- Plana

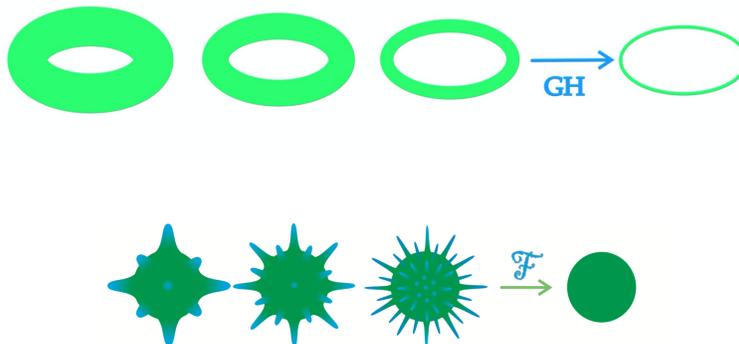
Por ejemplo, en la figura de abajo se muestra una sucesión de superficies Y_i que usando la distancia de Hausdorff convergen al cilindro sólido Y . En este ejemplo el área no se preserva. Es decir, el área de las superficies Y_i no converge al área (volumen en este caso) de Y . Pero vamos a ver que usando la distancia plana la sucesión Y_i converge a un disco y el área de los Y_i converge al área del disco.



Entre dos espacios métricos (con o sin medida) podemos calcular su distancia:

- de Gromov-Hausdorff
- de Gromov-Wasserstein
- Intrínseca plana

Por ejemplo vamos a estudiar las sucesiones que aparecen en las siguientes figuras, en donde \mathcal{F} denota a la distancia intrínseca plana. También mencionaremos que algunas de estas distancias se usan en el problema de reconocimiento



de imágenes y objetos ([3, 2]) y en Geometría Riemanniana ([4]).

Lecturas recomendadas:

- El capítulo de distancia de Gromov-Hausdorff del libro *A course in metric geometry* de Burago-Burago-Ivanov [1]. Se encuentra fácilmente en línea.
- El primer capítulo del libro de Villani [5]
- Las primeras secciones de [4] que se encuentra fácilmente en el arxiv.
- Para una idea general del mini-curso ver [3] y para más detalles ver [2].

Productos esperados: resolución de tareas, calcular distancias en ejemplos concretos, presentación de tres minutos.

REFERENCES

- [1] I. BURAGO, BURAGO, *A course in metric geometry*.
- [2] F. MÉMOLI, *Gromov-Wasserstein distances and the metric approach to object matching*, *Found. Comput. Math.*, 11 (2011), pp. 417–487.
- [3] ———, *The gromov-wasserstein distance: A brief overview*, *Axioms*, 3 (2014), pp. 335–341.
- [4] C. SORMANI, *How Riemannian manifolds converge*, in *Metric and differential geometry*, vol. 297 of *Progr. Math.*, Birkhäuser/Springer, Basel, 2012, pp. 91–117.
- [5] C. VILLANI, *Optimal Transport: Old and New*.